L . secondaire: Bembla/K.Médiouni Bannene-Bodheur Prof : Toumi Omrane/ Yacoubi Hamda Boubaker Wafa/ Azzabi Abdelhakim Slimani AKRAM	**Devoir de synthèse N°2 (Mathématiques)**	Année scolaire:2010-2011 **Niveau :4ème SC.Exp** **Durée : 3 heures**

Exercice N°1 :(3points)

Choisir la seule réponse exacte :

- $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln(\frac{x+1}{x})$ est égale à : **a) + b) 0 c) 1**
- Le volume V du solide de révolution de l'arc AB , autour de l'axe des abscisses, de la fonction f(x)=$e^{\frac{x}{2}}$ tel que A et B d'abscisses respectives 0 et 1 est de valeur :

  a) e-1 b) π(e-1) c) π(e^2-1)
- On donne la suite V définie sur IN* par $V_n=\ln(\frac{n}{n+1})$ et $S_n=V_1+V_2+ \dots\dots\dots+V_n$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ est égale à : **a) $+\infty$ b) 0 c) $-\infty$**

Exercice N°2 :(5points)

Ci-dessous $\mathcal{C}$ et Γ désignent deux courbes représentatives de deux fonctions F et f définies sur IR avec F est une primitive de f sur IR .

- ***La droite d'équation y=0 est une asymptote à $\mathcal{C}$ au voisinage de $-\infty$.***
- ***La courbe $\mathcal{C}$ admet au point de coordonnées (0,1) une tangente horizontale.***
- ***La courbe Γ admet au point de coordonnées (1,e) une tangente horizontale.***

1) Justifier que $\mathcal{C}$ est la courbe de f.

2) Calculer la valeur moyenne de f sur [0,1].

3) Calculer l'aire de la partie limité par $\mathcal{C}$,l'axe des abscisses et les droites d'équations x=0 et x=2.

4) Soit la fonction G définie sur IR par G(x)=$\int_0^x f(t)dt$

a) Etudier les sens de variation de G.

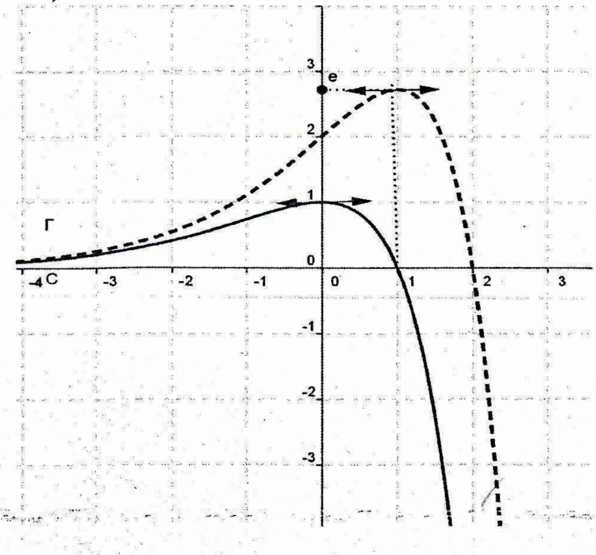
b) Montrer que pour tout réel x on a G(x)=F(x)-2.

Expliquer la construction de la courbe de G à partir de $\mathcal{C}$.

5) Soit la fonction h définie par h(x)=ln(f(x))

a) Préciser l'ensemble de définition de h.

b) Dresser le tableau de variation de h.



Exercice N°3 :(5points)

L'espace E est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

On donne les point A(-3,1,1) ; B(1,1,1) et C(-3,3,-3).

On considère l'ensemble $S=\{M(x,y,z) \in E \text{ tel que } \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} = 0\}$

1) Montrer que S est une sphère de centre I(-1,2,-1) et de rayon R à déterminer.

2) a) Vérifier que $A \in S$

b) Déterminer une équation cartésienne du plan P tangent à S en A.

3) Soit $Q=\{M(x,y,z) \in E \text{ tel que } MA^2 - MI^2 = -3\}$

a) Montrer que Q est un plan dont on donnera une équation cartésienne.

b) Montrer que $S \cap Q$ est un cercle dont on donnera se éléments caractéristiques

4) a) Vérifier que P et Q sont strictement parallèles.

b) Déterminer une équation cartésienne de la sphère S' tangente à P et Q respectivement en A et H.

Exercice N°4 :(7 points)

A)Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=x+2(1+\ln x)$

1) Dresser le tableau de variation de g.

2) Montrer que l'équation g(x)=0 admet une unique solution α tel que $\frac{1}{e^2} \leq \alpha \leq \frac{1}{e}$

3) En déduire le signe de g(x) sur $]0,+\infty[$

B) Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x)=\begin{cases} \frac{x\ln x}{x+2} & si\ x \in]0,+\infty[\\ 0 & si\ x = 0 \end{cases}$

On désigne par $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormée $(O,\vec{i},\vec{j})$

1)a) Montrer que f est continue à droite en 0.

b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0.Interpréter graphiquement ce résultat.

2) Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement ces résultats.

3) Montrer que $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+2)^2}$ pour tout $x \in]0,+\infty[$ puis dresser le tableau de variation de f.

4) Montrer que $f(\alpha)=\frac{-\alpha}{2}$ et en déduire un encadrement de $f(\alpha)$.

5) Tracer la courbe de f.

6)a) Montrer que pour tout $x \in [e^{-1},e]$ on a $|f(x)| \leq \frac{x}{x+2}$

b)Vérifier que pour tout $x \in [e^{-1},e]$ $\frac{x}{x+2} = 1 - \frac{2}{x+2}$ et en déduire la valeur de $\int_{e^{-1}}^{e} \frac{x}{x+2}dx$

c) Soit $\mathcal{A}$ l'aire de la partie limitée par $\mathcal{C}_f$ et les droites d'équations y=0 ; x=e et $x=e^{-1}$.

Montrer que $0 \leq \mathcal{A} \leq \frac{e^2-1}{e} + 2\ln\left(\frac{1+2e}{e^2+2e}\right)$

BON TRAVAIL

http://matheleve.net/